

# “图的色等价性与色唯一性”研究 取得突破性进展

刘儒英

(青海师范大学, 西宁 810008)

**关键词** 图, 色等价性, 色唯一性, 理论的进展

“图论”是具有广泛实用背景的新兴数学分支,它在计算机科学、运筹学、网络理论等许多领域都有广泛的应用。因此,本世纪50年代以来,图论得到了蓬勃的发展。“图的色多项式”是用代数方法来描述图的特征的工具之一,因而成为图论的重要研究对象。

1978年,美国学者 Chao C. Y. 和 Whitehead E. G. 提出的“图的色等价性与色唯一性”概念<sup>[1]</sup>把图的色多项式研究推向了新的高潮。色等价的图是指具有相同色多项式的图,色唯一图是指可由其色多项式唯一确定的图。色等价图和色唯一图的研究有助于揭示图的色多项式与图的构造间的本质联系,有助于图论研究中代数工具的充分运用,从而引起了图论界的广泛兴趣。十几年来,该领域的研究已取得丰硕成果<sup>[2]</sup>,但也还有大量问题没有解决。

我们关于“图的色等价性与色唯一性”研究项目于1989年获国家自然科学基金资助。经过几年工作,在图的色等价性与色唯一性研究领域取得了突破性进展。主要研究成果有以下几个方面:

(1) 图的伴随多项式及不可约图的研究。

我们首先引入“图的伴随多项式”,它和图的色多项式可以通过代数变形而互相转化,并且把图的色等价性与色唯一性归结为补图的伴随等价性与伴随唯一性。实践证明,对于边数较多的图,用伴随多项式研究其色性会更加方便有效。我们得到了伴随多项式一系列重要性质,如:乘法原理,递推公式,系数表达式,系数 $b_2$ 的极大值及相应的极图,根的分布规律等。这些性质对于研究图的伴随等价性与伴随唯一性起了关键作用。

另外,把图的伴随多项式在有理数范围内进行分解,引入了“不可约图”的概念。研究发现,图的不可约性与伴随唯一性密切相关。我们用代数方法找到了几簇重要的不可约图。寻找不可约图的工作也必将大大推动多项式理论的发展。

(2) 新的色唯一图簇的发现。

应用我们首创的上述伴随多项式理论,发现了一批新的色唯一图簇,它们是:不可约路之并的补图;不可约圈之并的补图;不可约 $D_n$ 之并的补图;不可约T形树之并的补图;上述不可约图中任意两种之并的补图; $P_{q-1}$ 的补图;2正则图的补图;某些其它可约图的补图。

这些色唯一图的发现,为色唯一图的研究开创了一种新的模式。用这种模式找到的色唯

---

本文于1995年3月15日收到。

一图都是边数较多的图, 而用传统方法找到的色唯一图几乎都是边数较少的图, 二者是相互独立, 相辅相成, 互为补充的。

(3) 其它成果。

我们还研究了顶点可迁图, 完全  $t$  部分图的色等价性, 回答了有关文献上的公开问题。还研究了图的广义着色, 得到了一些结果。

综上所述, 我们的核心结果是用“伴随多项式方法”进行色唯一图的研究。该方法是我们首创的, 研究是系统的、深入的。该方法的优越性在于借用经典代数的有力工具为研究图的色性服务。

该项研究共发表论文 20 多篇, 大部分发表在国内外重要学术刊物上, 有 5 篇已被美国的《数学评论》摘译。通过本项目的研究工作还培养青年学术骨干 3 人。

今后的研究计划: (1) 深入伴随多项式的研究, 伴随多项式性质与色多项式性质的互相转化, 尤其是伴随多项式的根的分布规律的研究, 可望取得有意义的结果, 它将大大简化图的伴随唯一性的证明过程。(2) 对不可约图的深入研究, 将有助于推动经典代数中多项式理论的发展。(3) 寻找更多的色唯一图簇, 以使论证更加简化, 结果更系统化。(4) 色唯一图的特性研究, 对于图论其它方向的应用。

### 参 考 文 献

- [1] Chao C Y, Whitehead E G. On chromatic equivalence of graphs. *Lecture Note in Math.*, 1978, **642**: 121—131.  
[2] Koh K M, Teo K L. The search for chromatically unique graphs. *Graphs and Combinatorics*, 1990, **6**: 259—285.

## A MAJOR ADVANCE IN THE RESEARCH ON CHROMATIC EQUIVALENCE AND CHROMATIC UNIQUENESS OF GRAPHS

Liu Ruying

(*Qinghai Normal University, Xining 810008*)

**Key words** graph, chromatic equivalence, chromatic uniqueness, advance in theory